

抵押贷款定价:基于欧式期权定价的研究

仪垂林 刘玉华

(南京财经大学, 江苏 南京 210003)

摘要:本文假设借贷双方对抵押资产拥有相同的信息并对其未来价值有相同的认知,利用期权定价技术,证明了一个抵押贷款合同与一个定期债券和一个对借款方抵押资产的卖出期权是等价的。研究结果显示,贷款方提供给借款方的贷款不会超过抵押资产的市场价值,研究还发现,随着抵押资产市场价值的增加,贷款的供给也会增加;抵押资产价值的波动率、利率、分红率的增加能分别降低贷款的供给。最后以个人住房抵押贷款为例对上述结论进行了解释。

关键词:抵押贷款;定价;欧式期权

中图分类号: F830.9 **文献标识码:** A **文章编号:** 1671-9301(2005)04-0057-06

随着房地产市场的蓬勃发展,个人住房抵押贷款在商业银行业务中占有越来越重要的地位。而目前有关房地产市场泡沫的争论日趋激烈,但都认为如果房地产价格大幅下滑,住房抵押贷款必将造成银行的大量不良资产,这说明抵押贷款的定价对银行控制风险是至关重要的。同银行的其他抵押贷款业务一样,通常贷款合同都要求借款方提供一定的资产抵押给贷款方,以便借款方违约时贷款方的利益能有保证。这种合同安排的一种解释是因为借贷双方对贷款要投资的项目拥有不对称的信息。因此抵押贷款中抵押物的价值一般都大于贷款的价值,银行通常对不同的抵押物设置一个折扣率,影响折扣率的因素很多,但目前大多数银行对贷款及抵押物价值的波动情况及影响因素没有深入地研究。

同利率水平一样,抵押在信贷市场中起着非常重要的作用。Black, de Meza

收稿日期: 2004-12-01; **修回日期:** 2005-05-18

作者简介: 仪垂林(1974—),男,山东诸城人,南京财经大学金融学院讲师;刘玉华(1966—),男,江苏如皋人,南京财经大学应用数学系讲师。

和 Jeffreys(1996)研究了英国的有关数据,发现小企业提供的抵押物的价值超过了贷款的价值。Leeth 和 Scott(1989)以及 Berger和 Udell(1990)发现大多数商业贷款为安全起见都需要抵押。另外 Black, de Meza和 Jeffreys(1996)还发现抵押阻碍了小企业的创造性。所有的这些发现都表明了抵押在贷款市场中的重要性。

为什么贷款方需要借款方的抵押呢?在许多文献中,不对称信息是经常被用来解释抵押作用的似是而非的理由。银行和企业对项目的评价通常有分歧,企业比银行对项目的评价要高。Bester(1985),Besanko和 Thakor(1987),Chan和 Kanatas(1985)认为,由于信贷市场存在道德风险和逆向选择,抵押充当着激励的工具,同时抵押提高了借款方违约的惩罚。Bester(1994)认为,如果借款方可以从一系列风险水平不同的项目中进行选择,那抵押可以促使其选择低风险水平的项目。Bester(1994)还认为在不对称信息条件下,如果贷款方需要很高的成本去查证信息,那这时往往需要借款方提供抵押。

Bester(1994)认为,理想的贷款合同是在合同中规定,借款方违约时,贷款方能够有权利启动破产程序并处理其项目中的全部或部分剩余资产。也就是说,贷款方可以通过启动破产程序来强化借款方说真话的行为。另外,他还研究了合同中没有事先规定贷款方启动破产程序的情形。他认为外部抵押可以弱化借款方违约的动机。当破产对双方来说都是低效的时候,贷款协议通常会重新进行谈判。一般情况下,贷款的重新签订经常包含部分债务的减免,而这容易导致道德风险。企业知道有债务减免的机会,即使在经营良好的情形下也意图违约以期对债务偿还重新谈判。为了不鼓励这种行为,贷款方可以要求外部抵押。因此,外部抵押减少了破产的成本。

我国目前这方面的研究较少,戴建国、黄培清(2001)曾做过住房抵押贷款定价进展方面的研究,就住房抵押贷款的定价进行了综述,但是就抵押是如何在贷款合同中发挥作用的则鲜有文献论及,因此在目前我国房地产发展形势下开展这样的研究是十分有意义的。本文利用期权定价方法对抵押贷款的价值进行研究。

本文的结构如下:第一部分描述了定价模型;第二部分是在第一部分基础上的有关推论,讨论了影响抵押贷款配给的因素;第三部分是结合个人住房抵押贷款市场对上述有关结论的检验;最后是本文的小结。

一、抵押贷款合同定价模型

1. 假设条件

在这一部分中,运用期权定价技术研究抵押贷款的定价。我们定义的贷款合同具有以下特征:借款方通过抵押作为担保而借款;贷款合同是定期的,借款方在规定的日期还款;如果借款方到期不履行,贷款方便可占有抵押物。同时我们假设,尽管抵押物的未来价值不知道,但对借贷双方来说抵押物的初始市场价值是已知的。在此条件下,如果在合同期间的任何时间,抵押物的市场价值小于此时贷款合同的价值,那借款方的理性选择便是违约。

在上述条件下,如果贷款的价值为 F ,抵押物的市场价值为 Q ,那么对贷款方来说,在合同结束时贷款的期望价值是:

$$M \text{ in } [F, Q] \quad (1)$$

我们假设 F 包括由于借款方违约而导致的必要成本(如启动破产程序成本、法律成本等)。

在上述假设之外,我们也像资产定价模型那样做通常的假设:(1)资产在一个无摩擦和完美的市场中进行交易,没有税收、交易成本以及卖空的限制;(2)所有资产都是无限可分的;(3)资产的交易是连续的;(4)利率也是确定的(如果用随机利率,则分析更加复杂,且并不改变结果)。

为了使模型有别于那些建立在不对称信息基础之上的模型,我们假设借贷双方抵押物有相同的

信息并且两者对抵押物收益分布意见一致。因而如果 $Q(t)$ 代表抵押物的市场价值, 那么其随机过程为:

$$\frac{dQ}{Q} = \left(r - \frac{1}{Q} \right) dt + \sigma dz_q \quad (2)$$

这里 dz_q 代表标准的布朗运动, 平均值为 0, 方差为 dt 。在式 (2) 中, 我们假设抵押物的持有者以一个固定的比率 $\frac{1}{Q}$ 得到红利或服务, 借款方持续得到红利直到其违约而抵押物被转移至贷款方。等式右边的第二项使得抵押物增值的瞬时比率不确定。因此, 抵押物增值的期望比率是 $(r - \frac{1}{Q})$ 。

2 贷款合同的价值

给定抵押物的价值 Q , 贷款的价值在任何时候为 $L(Q, t)$, 应用伊托引理, 贷款的漂移 (drift) 和分布 (diffusion) 可以用下式表示:

$$dL = L_q dQ + \frac{1}{2} L_{qq} (dQ)^2 + L_t dt \quad (3)$$

简化整理得:

$$\frac{dL}{L} = \mu dt + \sigma dz_q \quad (4)$$

这里

$$\mu = \left[\frac{1}{2} \sigma^2 Q^2 L_{qq} + \left(r - \frac{1}{Q} \right) Q L_q + L_t \right] / L \quad (5)$$

$$\sigma = \frac{Q L_q}{L} \quad (6)$$

我们可以得出约束贷款的偏微分方程为:

$$\frac{1}{2} \sigma^2 Q^2 L_{qq} + \left(r - \frac{1}{Q} \right) L_q + L_t - rL = 0 \quad (7)$$

证明: 我们利用期权定价中的套利模型。考虑组建一个组合, 其价值是 H , 投资于抵押物的比例于 $\frac{l}{l-a}$, 投资于贷款的比例于 $\frac{a}{l-a}$, 那么 dH 为:

$$dH = \left(\frac{l}{l-a} dt + \frac{l}{l-a} dz_q \right) + (1 - \frac{l}{l-a}) \left[r dt + \sigma dz_q \right] \quad (8)$$

整理得:

$$dH = \left[\frac{l}{l-a} + (1 - \frac{l}{l-a}) r \right] dt + \left[\frac{l}{l-a} + (1 - \frac{l}{l-a}) \sigma \right] dz_q \quad (9)$$

如果 $\frac{l}{l-a}$ 的选择满足以下条件, H 的风险便可以通过对冲掉:

$$\frac{l}{l-a} + (1 - \frac{l}{l-a}) \sigma = 0 \quad (10)$$

即:

$$\frac{l}{l-a} = \frac{a}{l-a} \quad (11)$$

投资抵押物 $\frac{l}{l-a}$ 单位, 贷款 $\frac{a}{l-a}$ 单位, 那组合便是无风险的。因为没有套利利润, 所以组合的瞬时收益一定与无风险资产的收益 r 相等, 因此有:

$$dH = \left[\frac{l}{l-a} - \frac{a}{l-a} \right] dt \quad (12)$$

整理式 (12) 和式 (9), 并替换 $\frac{l}{l-a}$, 有:

$$\left[\left(\frac{l}{l-a} \right) - \left(\frac{a}{l-a} \right) \right] = \left[\frac{l}{l-a} - \frac{a}{l-a} \right] \quad (13)$$

把式 (5)、(6) 代入式 (13), 整理即可得式 (7)。

在金融文献中,总结贷款合同的微分方程的直观解释如下:式(7)左边的第一项描述了来自于抵押物价值方差的简森不等式(Jensen's inequality)效应,第二项代表了抵押物价值风险调整的期望漂移,第三项反映了即期价值,最后代表贷方的净收入。

在前面的假设之下,贷款的价值为:

$$L(Q, \tau) = Fe^{-r\tau} - P(Q, F, \tau) \tag{14}$$

这里 $P(Q, F, \tau)$ 为抵押资产 Q 的欧式卖出期权(European put option),有固定的收益 δQ 和与 F 相同的执行价格。期权的价值为:

$$P(Q, F, \tau) = Fe^{-r\tau} N(d_1) - Qe^{-\delta\tau} N(d_2) \tag{15}$$

$$N(\cdot) \text{ 为累积正态分布,其中, } d_1 = \frac{\log(F/Q) + \left[(\delta - r) + \frac{1}{2}\sigma_q^2 \right] \tau}{\sigma_q \sqrt{\tau}}, \quad d_2 = d_1 - \sigma_q \sqrt{\tau}$$

证明:式(1)可以重新写成:

$$\min [F, Q] = F - \max [0, F - Q] \tag{16}$$

在前面的一系列假设之下,式(16)说明随着到期期间 $\tau (T - t)$ 的剩余时间以及履约价格等于贷款的最后支付 F , 贷款的价值与定期债券(票面价值为 F 而且没有息票支付)和抵押资产的欧式卖出期权的空头价值相等。式(14)右边的第一项与债券的现值相符合。实际上仔细观察,式(14)、(15)与式(7)也是符合的。

由此,我们可以观察到抵押物的价值在贷款合同的估价中起着非常重要的作用。式(14)明确地显示贷款的价值是抵押物价值的函数。在下面一部分,我们将研究模型中的参数对信贷供给的影响。

二、信贷供给的影响因素研究

在这一部分,我们将研究有关因素如何影响贷款的条件与条款,并且试图说明在商业周期中这些因素是如何发挥其可能作用的。

推论 1: 贷款供给随着抵押物价值的增加而增加。

证明:式(14)对 Q 求微分,并且利用附录中的(A2)可得:

$$\frac{\partial L}{\partial Q} = -\frac{\partial P}{\partial Q} = -(-e^{-\delta\tau} N(d_2)) \geq 0 \tag{17}$$

式(17)的结果确证了我们的传统认识,即在给定的相同的项目风险条件下,抵押物的价值越高,能获得贷款的比例也越大。而且,因为随着抵押物价值的升高,期权价值下跌,所以,抵押物越有价值,借款方违约的机会越小。

推论 2: 贷款的供给随着抵押物价值波动增加而下降。

证明:式(14)对 Q 的方差 σ_q 求微分,并利用附录中的(A3)可得:

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma_q} - \frac{\partial P}{\partial \sigma_q} = -(\sqrt{\tau} Q e^{-\delta\tau} N(d_2)) \leq 0 \tag{18}$$

结果显示,如果贷款是由波动率很大的资产提供担保的话,贷款方会倾向于不发放贷款。因为卖出期权没有价格下降趋势的风险,抵押资产价值波动率的增加提高了与贷款相联系的卖出期权的价值。因此,抵押资产价值波动率的增加使卖出期权执行的机会增加。随着抵押资产价值波动率的增加,抵押资产价值的增加也会增加贷款违约的机会。这可以部分解释为什么某些中介机构不愿意接受证券作为抵押物。

推论 3: 贷款供给是贷款价值 F 的增函数。

证明:式(14)对 F 求微分,并利用附录中的(A4)可得:

$$\frac{\partial L}{\partial F} = e^{-r\tau}(1 - N(d_1)) \geq 0 \quad (19)$$

推论 3 不需要进一步的解释,因为我们可以明显知道贷款供给随着贷款价值的增加而增加。

推论 4:对利率提高的预期会降低贷款供给,也即紧缩的货币政策通常对贷款的供给有负面影响。

证明:式(14)对利率 r 求微分,并利用附录中的(A5)可得:

$$\frac{\partial L}{\partial r} = -\tau Fe^{-r\tau}(1 - N(d_1)) \leq 0 \quad (20)$$

这个结果显示利率的提高导致贷款供给的降低。结果背后的基本原理是利率的提高降低了贷款中债券部分的现值和卖出期权的执行价格。两部分的作用降低了贷款供给。这个结果也可以解释为什么中央银行在贷款的环境和条款比较严格特别是在商业周期的复苏阶段时会倾向于降低利率。

推论 5:抵押资产分红率的提高对贷款的供给有反面的效应。

证明:式(14)对分红率 δ 求微分,并利用附录中的(A6)可得:

$$\frac{\partial L}{\partial \delta} = -\tau Qe^{-\delta\tau}N(d_2) \leq 0 \quad (21)$$

这个结果的解释是分红率的提高增加了卖出期权的价值,随着卖出期权价值的增加,借方违约的可能性也增加,因此导致贷款方削减贷款的供给。

推论 6:贷款方提供给借款方的贷款最多不超过抵押物的价值,即

$$L(Q, \tau) \leq Qe^{-\delta\tau} \quad (22)$$

证明:式(14)当 $r \rightarrow \infty$ 时对 $L(\cdot)$ 求极限可得式(22)。如果抵押资产不产生收益(或 $\delta = 0$),那么贷款的最大值为 Q 。

这个结果显示,一个理性的贷款者提供给借款者的贷款的数量不会超过抵押资产的市场价值,这是贷款供给的上限。例如,如果借款者拥有的抵押资产的分红率为每年 20%,并且需要一笔 10 年期的贷款,那么不论借款方愿意支付的利率有多高,他从一个理性的贷款方那里最多获得抵押资产当前市场价值 14% 的贷款(由式(22)可计算得出)。

三、上述结论的进一步解释——以个人住房抵押贷款为例

个人住房抵押贷款最初起源于 19 世纪的英国,到 20 世纪初已作为一种主要的住房金融工具在美国和欧洲其他国家得到广泛发展。我国近几年房地产市场快速发展,个人踊跃购买商品住房,其中一个很重要的原因是住房抵押贷款业务的开展。所谓个人住房抵押贷款是指房屋购买者以所购买的住房为抵押担保品向银行申请贷款,然后以所贷的款额作为房费付给建筑开发商,再以年金的形式按月向银行支付款项以还清贷款。其目的是为了减轻购房者的压力,让更多的中低收入者可以购买住房,因此其贷款期限较长,一般为二三十年。其特点为:(1)借款人用购买的住房作抵押;(2)借款双方签订抵押合同;(3)借贷双方具有双重关系,即债权关系和物权关系。目前抵押贷款已成为我国居民购买商品住房的主要融资方式。

从商业银行的个人住房抵押贷款业务中,我们可以看到,借款人所能获得的款项一般与房屋的价值有很大关系。由模型的定价公式及推论 1 可以看出,抵押物的价值是影响借款人获得多少贷款的重要因素。通过观察商业银行个人住房抵押贷款业务,我们可以发现,商业银行最关心的就是房屋(抵押物)的价值,并且一般而言,房屋的价值越高,借款人获得的贷款就能相对较多。这一点符合推论 1。在其他条件不变的条件下,贷款人提供贷款的依据就是抵押物的价值,且据推论 6,商业银行提供的贷款最多不超过抵押物的价值,这一点与现实也相符。我们看到所有的商业银行都要求借款人

必须有一定的首付款,一般从 10%到 30%不等,只有这样商业银行才能更好地控制风险。但是目前的商业银行注重的主要是房屋的价值,对影响房屋价值的因素往往并不深究,导致一些夸大抵押物价值骗取更多贷款的现象时有发生。因此商业银行如何合理的评价抵押物的价值是防范个人住房抵押贷款业务风险的重点。

目前我国房地产市场中的很多不规范现象导致了商业银行的住房抵押贷款实际上存在着很大风险。如前所述,银行提供的贷款一般与房屋的价值成正比,那究竟如何确定房屋的价值?目前有很多投资者通过自买自卖或者同中介机构合谋来夸大房屋价格从而骗取银行贷款的现象时有发生。从上面的推论可以看出,规避这一风险的根本措施是银行必须获得相对合理的房屋价格才能作出正确的决策。但是在目前房地产市场信息严重不对称的情形下,银行要做到这一点似乎很难。因此如何更好的避免风险则需要以下的措施了。

现在个人住房抵押贷款业务的另外一个特点是商业银行在房价过高可能存在泡沫的情形下,往往会提高借款人的首付比例,甚至提高利率等。从最近中央银行针对住房抵押贷款业务所采取的措施可以看出这一点。从推论 2 我们看到,如果房价波动幅度较小,那对贷款的影响不大,而房价波动幅度大的话,则会减少贷款的供给。因此目前商业银行采取的提高首付比例的措施,实际上降低贷款的供给,能比较好地规避房价波动的风险。而这种措施在房价较高时尤其重要,因为房价的波动同样会影响房屋(抵押物)的价值。另外如果房屋价格的波动幅度越大,显然其收益率的波动幅度也越大,而收益率波动幅度越大,对贷款供给的影响也越大,因此推论 5 的结论就不难得出了。目前中央银行及地方政府采取的各种措施对抑制房地产市场的投机行为有着重要的意义。因为只有通过采取一系列措施,抑制商业银行对房地产市场的贷款冲动,才能在资金源头上抑制房地产市场的投机之风,可以说商业银行目前对房地产行业贷款态度的转变不仅降低了自己承担的风险,也有利于房地产市场的持续、健康发展。

另外一个影响个人住房抵押贷款业务的因素是利率。从前几年商业银行对个人住房抵押贷款业务执行优惠利率到现在取消优惠,这背后的经济原理是什么? 2000 年中央银行为促进房地产市场的发展,出台了对个人住房抵押贷款采取优惠利率的做法,当时的背景是通货紧缩的阴影依然存在,因此采取降低利率的手段,实际上可以增加贷款的供给。而从 2003 年开始的通货膨胀至今没有减退的趋势,因此中央银行采取了加息这种紧缩的货币政策,而从推论 4 我们可以明确地看到,利率的提高显然降低了贷款的供给。而目前商业银行采取的提高首付比例及利率的情况也反映了这个事实。

四、结语

这篇文章检验了假设借贷双方对抵押资产拥有相同的信息和对其未来价值有相同的认知时抵押的作用。利用期权定价技术,证明了一个抵押贷款合同与定期债券和一个对抵押物的欧式卖出期权等价。研究结果显示贷款方提供给借款方的贷款不会超过抵押资产的市场价值,研究还发现随着抵押资产市场价值的增加,贷款的供给也会增加,抵押资产价值的波动率、利率、分红率的增加会降低贷款的供给。最后我们以个人住房抵押贷款业务为例,阐述了这些因素对抵押贷款供给的影响,现实观察到的现象与我们的结论是相符的。

因此从本文的分析可以看出,防范抵押贷款风险最重要的措施是如何正确评估抵押物的价值。在我国评估等中介机构市场不很规范的情况下,银行往往会对评估机构提供的评估结果再打一个折扣,这样可以尽可能地接近抵押物的真实价值。另外如同在住房抵押贷款业务中设置首付比例一样,对其他种类的抵押贷款,银行也不会提供相当于已经折扣过的抵押物的价值,往往也是提供一定比例的贷款。因此从理论上说,只要考虑上述两因素,再结合市场利率的变动及抵押物收益率的波动情况等方面,商业银行可以有效避免抵押贷款的风险。

(下转第 78 页)

The Comparative Study of Comprehensive Tourist Strength of the Provinces or Municipalities in China

——A Case Study of Jiangsu Province

GU Jiang¹, HOU Xiangpeng²

(1. Nanjing University Nanjing 210093, China;

2. Jiangsu Provincial Academy of Sciences, Nanjing 210013, China)

Abstract: The paper appraises the comprehensive tourist strengths of the 31 provinces or municipalities in China by means of the factor analysis. On the base of the results, the paper simply analyses the developments of tourism in Jiangsu province.

Key words: tourist industry; factor analysis; comparative study

(上接第 62 页)

参考文献:

- [1] 戴建国, 黄培清. 住房抵押贷款定价研究进展 [J]. 管理工程学报, 2001, (1).
- [2] Berger, A. and G. Udell (1990), "Collateral, Loan Equity, and Bank Risk" *Journal of Monetary Economics* 25: 21-42.
- [3] Besanko, D. and A. Thakor (1987), "Competitive Equilibrium in the Credit Market under Asymmetric Information" *Journal of Economic Theory* 42: 167-82.
- [4] Bester, H. (1985), "Screening vs. Rationing in Credit Markets with Imperfect Information" *American Economic Review* 75: 850-55.
- [5] Bester, (1994), "The Role of Collateral in a Model of Debt Renegotiation" *Journal of Money, Credit and Banking* 26: 72-86.
- [6] Black, J., D. de Meza, and D. Jeffreys (1996), "House Prices, the Supply of Collateral and the Enterprise Economy" *The Economic Journal* 106: 60-75.
- [7] Chan, Y. and G. Kanatas (1985), "Asymmetric Valuation and the Role of Collateral in Loan Agreements" *Journal of Money, Credit and Banking* 17: 84-95.
- [8] Leeth, J. and J. Scott (1989), "The Incidence of Secured Debt: Evidence from the Small Business Community" *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 24: 379-94.

(责任编辑: 禾日)

The Research of Option Pricing on Mortgage Loan

YI Chuilin, LU Yuhua

(Nanjing University of Finance and Economics, Nanjing 210003, China)

Abstract: The author supposes lenders and borrowers possess identical information and similar beliefs about collateral future value. Using option-pricing techniques, we show that a secured loan contract is equivalent to a regular bond and an embedded option to the borrower to default. We find that the lender will not advance to the borrower a loan that exceeds the market value of the collateral, and that the supply of loans increases with a rise in the market value of the collateral. Increases in the volatility of the value of the collateral, interest rate, and dividend rate of the collateral independently depress the loan supply.

Key words: mortgage loan; pricing; European option